

جعفر اسدی گرمارودی

یک قدم راه حل

مسئله

در لیگ برتر (فوتبال) ایران ۱۶ تیم حضور دارند و همان طور که می دانید، در لیگ همه تیمها با هم مسابقه می دهند. تعداد بازی های برگزار شده در لیگ ایران را به دست آورید.

راه حل اول

می دانیم هر تیم ۱۵ مسابقه در پیش خواهد داشت، چون با خودش که مسابقه نخواهد داد. همچنین، می دانیم در هر بازی دو تیم در مقابل یکدیگر قرار می گیرند. از طرف دیگر، برگزاری چنین مسابقاتی دارای نظم خاصی است. از این نظم برای به دست آوردن پاسخ استفاده خواهیم کرد.

در اولین مرحله، اولین بازی تیمها به شکلی است که ۱۶ تیم با ۸ مسابقه در مقابل یکدیگر قرار می گیرند. یعنی برای آنکه اولین بازی تیمها برگزار شود، به هشت مسابقه نیاز است. نحوه برگزاری اولین بازی تیمها را در جدول ۱ مشاهده می کنید. (تیمها را با $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{15}, A_{16}$ نام گذاری کرده ایم).

جدول ۱. اولین بازی تیمها

A_{16}	A_{15}	A_{14}	A_{13}	A_{12}	A_{11}	A_{10}	A_9	A_8	A_7	A_6	A_5	A_4	A_3	A_2	A_1
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

با همین نظم و ترتیب دومین بازی تیمها، سومین بازی تیمها و در نهایت پانزدهمین بازی تیمها برگزار خواهد شد. بنابراین ۱۵ مرحله نیاز است تا همه تیمها با هم مسابقه دهند و با توجه به اینکه در هر مرحله هشت مسابقه برگزار می شود، تعداد مسابقهها برابر با $15 \times 8 = 120$ خواهد شد.

راه حل دوم

مانند راه حل اول، داشتن نظم فکری برای پاسخ به مسئله از اهمیت بالایی برخوردار است. اما نظم موجود در راه حل دوم با راه حل اول متفاوت است. در راه حل اول، نظمی که در شیوه برگزاری مسابقهها وجود دارد به حل مسئله کمک کرد. در راه حل دوم داستان متفاوت است.

فرض کنید ابتدا تیم A_1 با تمام تیمها مسابقه می دهد. سپس تیم A_2 مسابقه های خود را شروع می کند، اما مشخص است که با تیم A_1 نباید مسابقه بدهد؛ چون قبلا مسابقه اش برگزار شده است.

اکنون تعداد مسابقه های هر تیم را مورد بررسی قرار می دهیم و دقت می کنیم، مسابقهها تکراری نشوند:

تیم A_1 : با خودش که نمی تواند مسابقه بدهد، بنابراین با ۱۵ تیم مسابقه می دهد.
تیم A_2 : با خودش که نمی تواند مسابقه بدهد. با تیم A_1 هم که بازی کرده است، بنابراین از ۱۶ تیم با ۱۴ تیم مسابقه می دهد.

تیم A_3 : با خودش که نمی تواند مسابقه بدهد. با تیمهای A_1 و A_2 هم بازی کرده است، بنابراین با ۱۳ تیم مسابقه می دهد.

به همین ترتیب تیم A_4 ۱۲ مسابقه، تیم A_5 ۱۱ مسابقه، ... تیم A_{15} ۱ مسابقه، و تیم A_{16} هم که همه مسابقه هایش برگزار شده اند و مسابقه ای برای برگزار کردن نخواهد داشت. پس کافی است برای به دست آوردن پاسخ مسئله حاصل جمع

$$\text{زیر را به دست آوریم: } 120 = \frac{15 \times 16}{2} = 1 + 2 + 3 + \dots + 15 = \text{تعداد مسابقهها}$$

روشی که در راه حل دوم فرض کردیم تا به کمک آن تعداد مسابقهها را بشماریم، در عمل مناسب برگزاری مسابقهها نیست. فکر می کنید چرا؟

پی نوشتها:

- در لیگ همه تیمها دو بار با هم مسابقه می دهند که به مسابقه های رفت و برگشت معروفاند. اما در این مطلب فقط مرحله رفت در نظر گرفته شده است.
- در مسابقه های ورزشی، به خصوص لیگ، به این مراحل «هفته» می گویند.